

令和6年度 研究報告書

高校数学における生徒が中心となって授業を進めるための手立て

指導教員 吉井 貴寿 准教授  
吉村 昇 准教授

令和5年度入学  
熊本大学大学院 教育学研究科  
教職実践開発専攻 教科教育実践高度化コース  
236A9712 高尾 曜吏

## 目次

### 研究報告書要旨

#### 第1章 研究背景と目的

第1節 求められる学びと能力	1
第2節 高等学校数学の現状と課題	4
第3節 本研究の目的	7

#### 第2章 数学を学ぶ意義を考える

第1節 学習指導要領から	8
第2節 先行研究から	11

#### 第3章 実践計画

第1節 アンケート調査から	14
第2節 授業を考えるうえでのポイント	17
第3節 単元計画	19

第4章 まとめと今後の課題	25
---------------	----

引用・参考文献	26
---------	----

## 研究報告要旨

本研究は生徒が中心となって授業を進めるための手立てとして、授業実践での教師の手立てを考察するものである。そのために協力校の生徒の実態と数学を学ぶ意義について考え目の前の生徒に見合った授業を考え、生徒が高い意欲をもって授業に取り組めるようになることを目的とする。

本報告書は、4つの章からなる。第1章では現在の社会の状況と学校教育での学びについてまとめた。現代の激しい社会変化の中で技術の進歩により知識やスキルの賞味期限が短期化している状態にある。そのような社会を生き抜いていくために学校教育でも知識を教師が一方的に身につけさせるような学習だけでなく、生徒が学ぶ意欲をもって自ら学ぶような態度を育てていくことが求められている。また、雇用形態も変化や企業寿命の短縮化により現在の学生は人生で何度かは転職をする可能性がある。そのようなときに自らの意志と責任を持ち、働くことと学ぶことを同時に行っていかなければならない。また大きく変化する時代でこれまでに見たことのない問題や、答えのない問題に直面することもあるだろう。そのような時代を生き抜いていくには誰かに学びを与えてもらうのではなく、自ら学びに行く姿勢が求められる。学校教育において学びの機会として授業が行われているが、授業は生徒のために行われるものである。しかし、実際の学校現場では数学を苦手とする生徒は多く、また授業も教師主導で進められているという現状がある。これまでの教師が一歩的に教えるという授業から生徒が中心となって授業を進めるために、授業はどうあるべきかについて考察している。

第2章では学習指導要領と先行研究から数学を学ぶ意義についてまとめている。生徒が意欲をもって授業を受けることが大事であるが、数学を苦手とする生徒は多く、数学の学習に対する意欲が低いという現状がある。そのような状態にあって、ただ数学の知識や技能、考え方を教師が教えるのではなく、生徒に数学を学習する意義や楽しさを伝えなければならない。同じ学びでも教師に教えてもらったものと、生徒が自分自身の力で身につけた学びとでは、後者の方がより生きたものになるだろう。数学を学ぶ意義や数学の楽しさは1つではなく多くあり、人によって感じ方も異なる。そのため学習指導要領や先行研究から高校数学の目標や数学を学ぶ意義について考え、特に筆者が生徒に伝えたいことについてまとめた。筆者が生徒に伝えたい数学の楽しさは「既存の知識」と「新しい知識」の結び付けとし、研究テーマの「生徒が中心となって授業を進める」とは生徒が疑問に思ったこと、生徒が学びたいと感じているものを中心に生徒の力で問題解決していく授業としている。

第3章では第2章から考えた数学の意義や楽しさについて、それらを実感できるような実際に授業計画考えた。分野は数学I(図形と計量)の分野である。協力校の高校1年生がこの分野に入ったところに生徒にアンケートを取った。実際に難しいと感じている部分を書いてもらって生徒の躓きを知ることができた。また数学に対して苦手意識を持つ生徒は多いため、これまでの数学で楽しいと思った経験やこれまでで楽しかった授業はどういったものかというものも書いてもらった。狙いとしては過去に数学を通して楽しいと思った経験と同じようなもの、もしくは似たよ

うな経験を授業の中で生徒にしてもらいたいというものである。またどのようにして数学を学びたいかという項目も加えた。生徒が望む形で授業をした方が生徒も自ら責任をもって学んでくれると考えたからである。もちろん生徒の望む授業=いい授業というものではないのでそこは教師が考えていかなければならない。アンケートの回答結果では難しいと感じる部分は公式や定理が多いこと、使い方が分からないことなどがあげられた。これは公式や定理をそのまま覚えようとしているところに原因があるものではないかと考えた。また、数学で楽しいと思った経験は難しい問題が解けたときや、定理や公式を利用できたときのような回答が多かった。数学は苦手でも解けた時や、公式や定理を利用できたときには楽しいと感じている。生徒は数学をできるようになりたいという思いは持っていると考えられる。またどのようにして数学を学びたいかというのに対しては、教え合いやグループ学習をあげている生徒が多く、1人で黙々と学習するよりは複数で学習したいという意見が多かった。これらを踏まえて三角比では定理や公式がいくつか出てくるが、三角比の相互関係は特に中学校で学んだ三平方の定理と三角比の定義を組み合わせることができるものである。そのため既習の事項とのつながりを感じ、また公式をそのまま覚えるのではなく、成り立ちから学習することで生徒の公式や定理が覚えられないという悩みも少しは解消できるのではないかと考えた。

第4章は本研究のまとめと今後の課題を述べた。まとめとしては実際に生徒から数学で難しいと思うところを聞くと筆者には持ってない数学への見方を知ることができた。筆者は高校生るときからなぜ公式が成り立つのかをあまり考えてこなかった。そのため数学に対しての見方や価値観をもっと知る必要があると感じた。今後の課題は数学の楽しさをもっと知ることである。「既存の知識」と「新しい知識」の結びつきが楽しいと筆者は感じたが、その楽しさは数学に限ったものではない。そのため他の教科では学べない、数学でしか学ぶことのできない楽しさについて今後もっと知る必要がある。また今後現場に出てからも生徒から数学の価値観や数学への見方などを聞きながら、もっと様々な数学の価値観を広げていきたいと考える。

## 1. 研究背景と目的

本章では本研究の背景と目的を明らかにする。第1節では現在の社会の状況から求められる人材について考察し学校教育では生徒が社会に出て活躍するためにどのように学んでいくかを検討する。第2節では、高校数学の現状と課題について述べ実際にどのような指導が必要かについて考察する。それらを踏まえて第3節では本研究の目的と方法を示す

### 第1節 求められる学びと能力

現代では大きく変化する社会の中で自らの力で生き抜いていくことが求められている。社会人という立場を目前にする高校生にも自ら生き抜く力を身につけてもらうため、現代社会の現状と求められる能力について考えていく。経済産業省(2018)は「AI×データ」に牽引される第四次産業革命や人口動態の変化等を背景として、企業の事業環境が激変していることを述べており付加価値の源泉が、「資本」から「人材」へと移行する中、特に中小企業等を中心に、我が国産業界は構造的な「人手不足」に直面しており、今後も、この傾向が継続する可能性が高いと述べている。また、グローバル化の進展により今後は事業環境が変化する可能性は高く、求められる能力要件も大幅に変化していくであろう。そのためこれからの時代で企業が成長し続けていくには付加価値創出の担い手となる「人材」を確保し、活用していくことが生命線となる。学校教育でも付加価値を生み出すことのできるような人材を育成する必要があると考えられる。大きく変化する時代にあって、技術の飛躍的・非連続的な進歩により、知識やスキルの賞味期限は短期化しており、時代に応じて自ら随時アップデートすることができる人材が求められている。経済産業省は必要な能力として、あらゆる環境下(どのような組織・企業等)においても、自らの能力を最大限発揮するための「社会人基礎力」を備える必要性があることを述べている。また「人生100年時代」の到来により、個人の働き方・社会参加の在り方は変化・多様化してくる。これまで以上に、長期にわたり働くことが前提となり、「働く」と「学ぶ」ことの一体化が重要となるだろう。他方で、企業寿命は短縮傾向にある。そういった状況下で、個人が自らのキャリアを企業に委ねるのではなく、自律的なキャリアを開発できる「キャリア権」の在り方も含め、個人が自らのキャリア・働き方に意思と責任を持つとともに、活躍し続けるための環境の整備が求められるようになってきた。このような時代を生きていくうえで経済産業省は「働く」と「学ぶ」ことの一体化のために以下の三点を意識する必要があると述べている。

①何を学ぶか ②どのように学ぶか ③学んだあとにどのように活躍するか

また、これらの好循環を生み出す上で重要なのは、その中心に、個人が「どういうキャリアを切りひらいて行きたいか」を明確にすることが大事であるということも述べている。①何を学ぶか ②どのように学ぶか ③学んだあとにどのように活躍するかについての説明は以下の通りにされている。

- ①何を学ぶかとは、学び続けることを学ぶことであり、自らの強みを強化し弱みを補完して能力を発揮するための力として、「考え抜く力」がより一層重要となる。
- ②どのように学ぶかとは、自らの視野を広げて、自己の多様な体験・経験や能力と多様な人々の得意なものを組み合わせて、目的の実現に向けて統合することであり、持ち寄って価値を創出するために「考え抜く力」や「チームで働く力」がより一層重要となる。
- ③どう活躍するかとは、自己実現や社会貢献に向けて行動することであり、価値の創出に向けた行動を促すための力として、「前に踏み出す力」がより一層重要となる。

経済産業省(2018)でも述べられていた通りこれからの社会を生き抜いていくためには自ら学び、自らの力でキャリアを作っていかなければならない。ルーティン化されたような業務は機械が行うような時代にあり、今はあるものが今後はAIや機械に代替されるためいわれたことをこなすのみでは自分の人生を切り開いていくことはできない。時代は大きく変化していく中で答えのない問題や前例のない未知の問題に出くわすこともあるだろう。そのような場面でもその問題と向き合い時には他者と協力しながら問題を解決していかなければならない。「学び」というものは成長のために自ら行うべきものである。将来社会に出たとき上司からの指導ありきで働くのではなく、働きながら疑問に思ったことを他者と相談したりしながら解決したりしながら自分の力で成長するという意識が必要である。授業は生徒の学びのために存在するものであり、授業の主役は生徒である。生徒が疑問に思ったことや知りたいと思うことを中心に授業は展開していかなければならない。ただ、実際に学校現場での授業を見ている教師が授業を展開するという前提のもとで進んでいるように思える。生徒が自ら学ぼうという意欲を持ってもらうことが必要であると考えた。

経済産業省(2018)でも指摘があったように自ら学びに行くという姿勢が必要となるだろう。文部科学省(2018)は新たな学校文化の形成として「予測できない未来に対応するためには、社会の変化に受け身で対処するのではなく、主体的に向き合って関わり合い、その過程を通して、一人一人が自らの可能性を最大限に発揮し、よりよい社会と幸福な人生を自ら創り出していくことが重要である」ことを述べている。これらのことから学校教育でもこれまでの「受験指導」のような学習だけでなく、生徒が社会に出て生き抜くための力を育むことが求められている。また、社会で生き抜く力について経済産業省(2006)は職場や地域社会の中で多くの人々と接触しながら仕事をしていくために必要な能力として、「社会人基礎力」というものを提唱している。社会の変化のスピードは速くなっており生徒が社会に出て自らの能力を発揮するための準備が必要となってくる。「社会人基礎力」とはこれまで以上に長くなる個人の企業・組織・社会との関わりの中で、ライフステージの各段階で活躍し続けるための力として定義されている。これまでの「社会人基礎力」は、大学教育、就職・採用、新入社員研修など、限られた年代での活用が中心となっていた。しかし、「第四次産業革命」による産業構造や就業構造の変化や「人生100年時代」を迎えつつある中で、学び直すことの重要性が高まっていることから、「社会人基礎力」は、今や全ての年代が意識すべきものとして捉えなおす必要性があり、学校教育でも常に生徒たちの学ぶ意欲をあげていかなければならない。また、卒業して社会に出てからも学び続けることができ

るよう、学校教育の学びだけでなくそれらの学びが社会や日常でどのように生きるのかを実感させるような指導も必要となってくる。

## 第2節 高等学校数学の現状と課題

自ら学び続けることが求められている中、実際に高校数学における実態はどのようになってい  
るであろうか。高等学校学習指導要領（文部科学省 2018）では、TIMSS2015 の算数・数学の平  
均得点良好であるが、諸外国と比べて数学を学ぶ楽しさについては肯定的な回答が少ないため数  
学への学習意欲面での課題を挙げている。また全国学力・学習状況調査等の結果から高等学校で  
は「数学の学習に対する意欲が高くないこと」が言われている。平均得点は良好であるが意欲が  
高くないというのは学校教育でも「受験のための数学」が行われていることが少なからず影響し  
ているだろう。筆者が高校生の時にも数学を勉強する理由も「受験で使うから仕方なく」「赤点  
取ると補講があるから」といった消極的な理由で勉強をしている高校生は多くいた。「数学が楽  
しいから勉強する」「数学は役に立つから勉強する」といった前向きな理由で勉強していく生徒  
を増やしたい。生徒が中心となって授業を行う必要があるが、その場合は特に生徒の意欲が授業  
の質に影響する。教師のねらいや意図があっても生徒に学ぶ意欲がなければ教師の一方通行のよ  
うな授業になってしまう。ただ知識や技能を身につけるのではなく生徒が自分自身の力で身に付  
けることができたという成功体験が必要ではないだろうか。生徒の学ぶ意欲をあげるためにも、  
教師は生徒が一人では解決できないが授業を通して新しい学びを得ることができた実感する  
ことができるように指導していく必要がある。生徒の意欲を高めることが良い学びにつながる。  
教師は生徒が求めていることを理解しながら生徒のニーズに合わせた授業を考えていかなけれ  
ばならない。ただ、生徒が求める授業が良い授業とは限らないため、生徒の要求に答えながらも  
生徒だけではたどりつけない学びへと導いていきたい。

また数学で学んだことが実際に「使える」ものであってほしい。ここでの「使える」というの  
は公式や定理を使って問題を解くということだけでなく、数学を通して学んだ見方・考え方がほ  
かの教科や社会に出てからや日常生活での問題解決に生かされるというものである。石井(2019)  
はこれまでの教科学習において「多くの場合、単元や授業の導入部分で生活場面が用いられても、  
そこから科学的概念への抽象化がなされたら、あとは抽象的な教科の世界の中だけで学習が進み  
がちで、もとの生活場面に戻ることはまれである」と述べており、導入で興味を持たせるために  
生徒にとって分かりやすいものであって生徒が興味を持っても、そこから教科の学びを深めよう  
となると、どんどん抽象的なものばかりになり日常で役に立つと思っていたことも日常から離れ  
ていき、ついてこられない生徒は何のためにやっているのかも分からない状態になるだろう。ま  
た石井は「単元や授業の終末では問題演習など機械的で無意味感想な学習が展開されがちである」  
と述べており、単元や授業の最後が問題演習のような学習になってしまうと問題を解くことが最  
終的なゴールと生徒は捉えてしまうだろう。数学の学習を通して知識が増えただけでなく様々  
な見方・考え方ができるようになるなど数学で身につけたものが様々な場面で応用できるよう生  
きたものとして働いていかなければならない。

次に授業実践の現状を考えていく。授業実践について高田(1996)は「教える意図」に支えられ  
た教育活動から「学習者主体の教育活動」へ転換することの重要性を述べている。また高田は教

師が生徒に教えるだけの授業では通常子どもたちは以下の4つの状態にあると考えている。

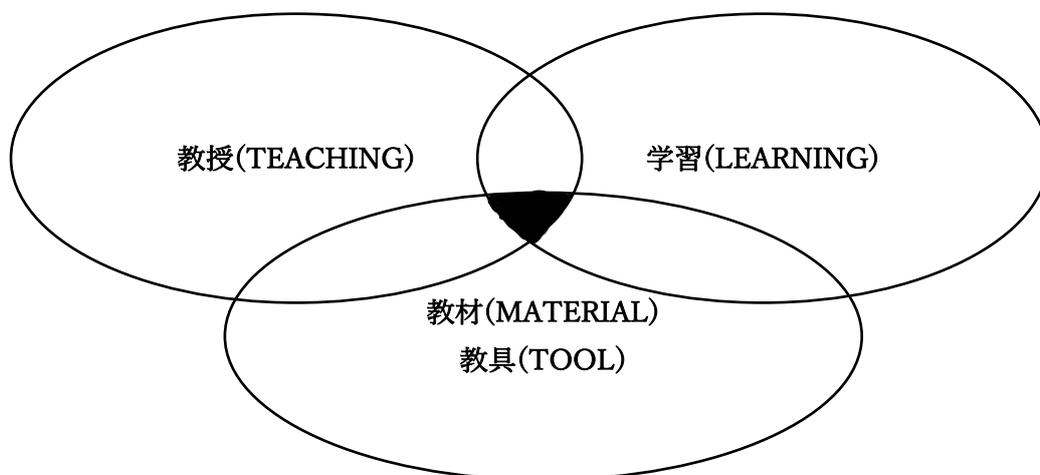
- ・受け身で思考している
- ・ぼーっと聞いている
- ・先生の方を向いているが、聞いていない
- ・先生の方も向いていない

授業を行う上で生徒は積極的に学習に取り組む必要がある。社会に出てからも自ら学び続け生きる力を身につけることが求められているため上記の4つの状態のいずれかがみられる場合は改善していかなければならない。高校数学では学習に対する意欲が低いという現状があるため生徒の学ぶ姿勢の改善をしていく必要があるだろう。授業でも生徒の学習が充実するよう教師は行っていく必要がある。

高田は授業を①教授=Teaching(教師の行動) ②学習=Learning(子どもの行動) ③授業教材と教具の3要素の重なりであると定義しており②学習=Learning(子どもの行動)が最も重要であると述べている。

図1の3つの円が重なって黒くなっている部分が授業と定義されている。

図1 授業の定義 高田(1999)を参考に作成



子どもの活動を重視しない授業の弊害としてペースの問題を述べている。教師のペースが速くて生徒がついてこれなくなるという危険性がある。教師が理想とする生徒の学びを実現するために授業を行うことはよいことではあるが生徒全員がついていけるものではない。また学びを実現するにもすぐにできる生徒もいれば時間がかかる生徒もいる。高田は、子どもの思考・理解・記憶という行動 (behavior) が形になって現われて活動(activity) となるとき、子どもの思考、理解・記憶が教師に見えてきてそのペースが教師につかめることを述べている。そのため教授活動は生徒の実態をもとに行わなければならない。授業の3要素の中で最も大事なものは②学習=Learning(子どもの行動)である。授業は生徒の学びのために行われるべきであり、生徒の実態

を踏まえて授業は展開されていかなければならない。

筆者はこれまでの授業を考えるうえで教師がどのように教えるか、授業テクニックのようなものばかりを追い求めてしまっていた。しかし授業は生徒のためにあるものである。教師が授業の中で生徒に身につけてもらいたい知識や技能があっても、生徒のレベルとあっていなければ学習が困難に感じ生徒の学ぶ意欲を失ってしまうだろう。また、岩崎(2011)は「子どもたちの主体的な学びを確保するために、予め用意された一方的な授業ではなく、子どもたちの考えの展開に応じて、その学習の軌道に応じて常に調整する教師の在り方が求められる」ことを主張しており教師は目の前の生徒のニーズに合わせた授業を考えていかなければならないと考える。数学の授業での目標は目の前の生徒に見合った目標であるかどうかを教師は見極めていく必要があるだろう。

### 第3節 研究の目的

生徒が将来社会に出て生き抜いていくためには自ら学ぶこと、そして学び続けることが求められている。数学の学習を通して生徒には様々な場面で生きて働く見方・考え方を身につけてもらいたい。ただ学習指導要領にもあるように高校数学における生徒の数学の学習に対する意欲は高くないという現状がある。協力校での実習や非常勤講師での経験からも数学に苦手意識を持つ生徒は多く、なぜ数学をしないといけないのか学ぶ意義や楽しさを伝えていく必要があると感じた。その意義を感じてもらうための手立てとして日常生活で役にたつような数学というものを考えたが、数学は深めていくほど抽象的なものになっていくものであると筆者は考える。導入部分では日常生活との結びつきを考えやすいものもあるが単元の内容を深めていくほど日常と結びつけるのが困難になってきた。そのため本研究では生徒に数学そのものを楽しんでもらい、身についたと実感できるような授業実践を考えてみた。

本研究では生徒が中心となって授業を進めるためにアンケート調査で生徒の求める授業を書いてもらいそのうえで筆者が思う数学の楽しさ、数学を学習する意義を考え、目の前の生徒に見合った授業を考えていく。学習指導要領と先行研究から数学を学ぶ意義、楽しさについて考察をしながら生徒へのアンケート調査をもとに協力校の生徒にどのような授業を行うべきかを数学Ⅰ(図形と計量)の分野で検討する。考えた授業を考察し、今後の現場での授業実践につなげていく。

## 第2章 数学を学ぶ意義を考える

本章では数学を学ぶ意義について考察する。第1節では学習指導要領から高校数学の目標と学ぶ意義を考える。第2節では先行研究から学ぶ意義について考え、数学の楽しさや研究テーマにある「生徒が中心となって」について定義する。

### 第1節 学習指導要領から

生徒が数学を学ぶ意義を感じるには授業者である教師が数学を学ぶ意義について考えなければならぬだろう。まずは高校数学における目標、高校数学を学ぶ意義について考えていく。文部科学省(2018)は、全国学力・学習状況調査等の結果から、高等学校では、「数学の学習に対する意欲が高くないこと」や「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」が課題として指摘されていることを踏まえて、それらを改善するために改定されている。数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。  
(知識及び技能)
- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。  
(思考力、判断力、表現力)
- (3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。  
(学びに向かう人間性)

また、学習指導要領では高等学校数学の目標を6つに分けて説明されている。1つ目は「数学的な見方・考え方を働かせ」については数学的に考える3つの資質・能力の3つの柱のすべての育成に働くものと説明されている。すなわち数学的な見方・考え方の育成は単に数学の問題解決ができるようになるといった限定的なものではなく、数学以外の日常生活や社会に出てからもあらゆる場面でも数学で身につけた見方・考え方を働かせながら、様々な問題を解決し自らの人生を創り出すことが期待されることを述べている。また日常生活などで数学的な見方・考え方を働かせることを通してさらに見方・考え方が豊かになることも述べている。2つ目の「数学的活動

を通して」については数学の問題を見出し問題を解決していくことと述べられており、問題の出発点が現実事象の場合が図2の左のサイクルであり、数学的問題意識から出発するのが右のサイクルである。

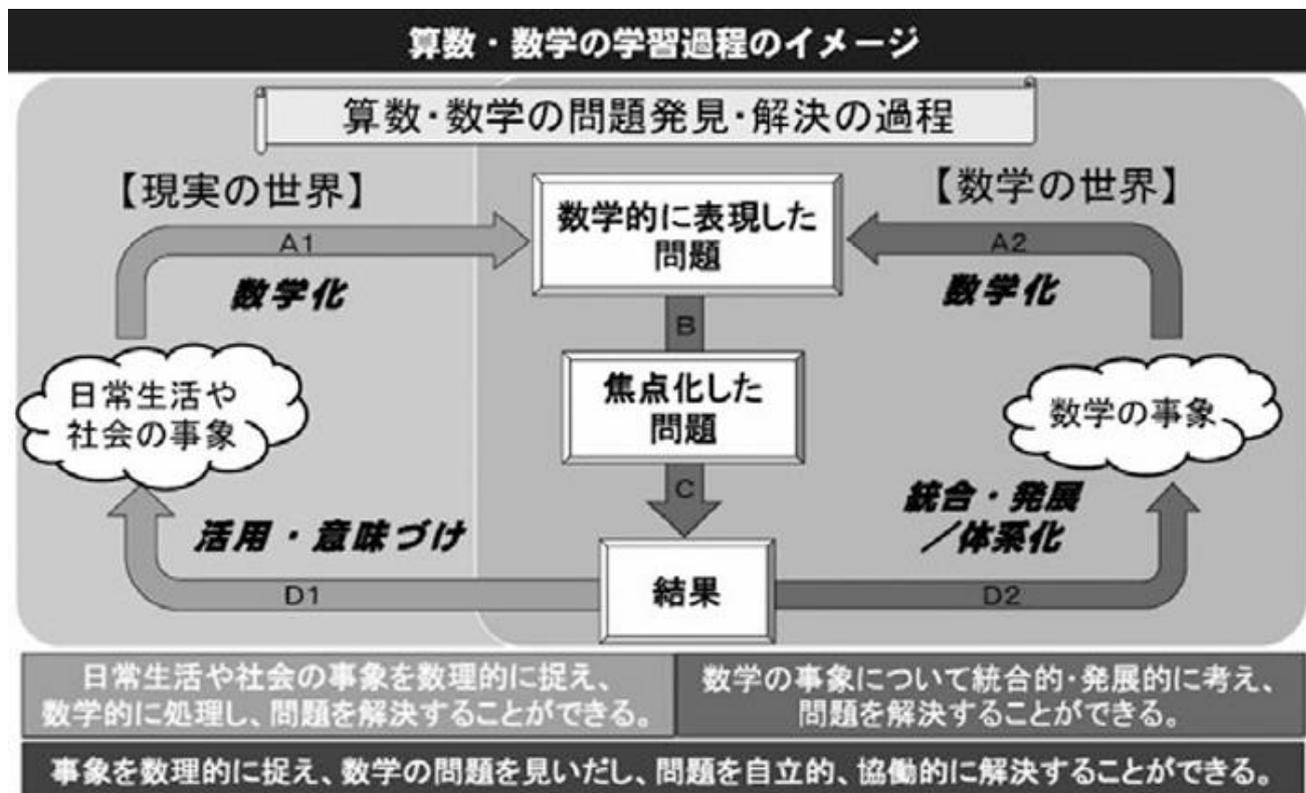


図2 算数・数学の学習過程イメージ (文部科学省 2018 から引用)

数学的な見方・考え方をより豊かなものにするために問題解決において現実事象のもの、数学的事象のものを取り扱う。数学的な見方・考え方は数学的事象だけでなく現実事象のもの考える際にも働かせることでより生きた知識・技能、見方・考え方が身につくだろう。3つ目の「数学的に考える資質・能力を育成すること」については算数・数学教育で育成を目指す力であることと述べられている。算数・数学教育で育成を目指すことはすなわち数学的活動を通して、数学的な見方・考え方を働かせながら育成することといえるだろう。

次に高校数学を学ぶ意義について考えていく。「高等学校学習指導要領 理数編 2018」では数学を学ぶ意義について「実用的な意義」「陶冶的な意義」「文化的な意義」の3つの観点から述べている。

「実用的な意義」については、数学は社会や生活の中で重要な役割を果たしていて、数学で用いられる論理的な表現を身につけておくことで、金融や保険のような身近なものにも生かされ、数学を活用して社会をよりよく生きる知恵を得ることにつながると述べている。「陶冶的な意義」については数学的な事実に関しては誰もが対等な立場で議論できるため、グローバル化、情報化が進む現代では、数学を通して得られる能力が異なる文化的背景や価値観を持った人と共に生きていくことが期待できると述べられている。「文化的な意義」とはゲームなどに潜む数学的な思

考を楽しみながら、数学的な思考の有用さを実感できるようなものであると述べられている。

学習指導要領では数学教育の目標、数学を学ぶ意義については様々なものがあり、それらを1回の授業で実現することは難しいだろう。数学を学ぶ意義についてもどれか1つに決めることは難しく、人により数学を学ぶ意義については考えていることが異なるのではないだろうか。例えば数学が好きだから学ぶ理由を考えずに必死に学ぶ人もいるだろう。逆に日常で役に立つからといって学ぶ意義を感じることができるとも限らないだろう。ただ教師としては学ぶ意義については考え生徒に伝えていきたい。

## 第2節 先行研究から

本節では数学を学ぶ意義についてさらに先行研究をもとに考えていく。学習指導要領にも数学を学ぶ意義について、実用的な意義、陶冶的な意義、文化的な意義のように述べられていたが、ここでは実際の数学の学習過程で感じられる「数学を学ぶ意義」について考えていく。生徒が中心となって授業を行う中で生徒が自分自身で意義を感じ、学習してもらいたい。山崎(2012)は学習過程で生徒が実感するであろう数学を学ぶ意義について以下のように述べている。

学習を身につけていく過程で、数学の基礎的・基本的な内容を確実に身につけていくことで「できることの楽しさ」「わかることの大切さ」を知り、数学的な見方や考え方をより豊かなものにしていくことで「考えることの楽しさ」を知る、さらには、自らが数学的に考え、問題解決ができるようになると「数学の学習の大切さ」を知ることになる。

数学を学習していく過程で基礎的・基本的な内容を確実に身につけることは必須である。山崎は数学で学んだことを生活の中で積極的に生かすことや、数学を美しいと感じる対象の1つとみることなど数学には多様な価値観があることを体験させることが必要であると指摘し、生徒の「できた」「分かった」といった経験を少しずつ積み重ねながら、生徒が自ら数学の価値観を創り出していきその楽しさを感じさせる指導が大事であると捉えているだろう。山崎の先行研究からは数学の多様な価値観を生徒自身で創り出していくことに数学を学ぶ意義があると捉えられるだろう。

生徒に楽しいと感じてもらう指導が必要である。生徒が数学を学んでいくうえで「楽しい」と実感することは大事なことである。ただ数学には多様な価値観があり、「楽しい」と感じる場面が違ったり、まったく「楽しい」と感じない生徒もいるのではないだろうか。山崎は意味も分からずに解き方を暗記する生徒にとってはやがてその疲労が蓄積することも指摘しており、なぜ学ぶのか、なぜ数学をするのかといった目標がないと生徒にとっては楽しくないだろう。ここで大事なのが生徒から出てくる「問い」ではないだろうか。「問い」というのは生徒が疑問に思ったこと、知りたいと思ったことのようなものである。生徒が中心となって授業を行うためには、生徒の授業への積極的な参加が必要となる。生徒が問題解決に対して自ら責任を持つためには生徒自身もった「問い」をもとに授業を展開していきたい。また山崎は数学の楽しさ面白さを実感することについて「面白い」と思うことは、興味関心を高めるきっかけとなる。「本当なのか」「なぜなのか」を明らかにしていくことは、数学に対する知的な興味・関心を高める。生徒を夢中にさせていくことが、数学の学習への意識を高める、と述べている。生徒の「楽しい」と感じてもらうためにも、生徒の「問い」を大事にしながら生徒自身で問題解決をしていくことでさらなる数学の学習への意欲を高めるのではないだろうか。また「なぜ数学を学習するのか」を生徒が実感することも大事であるが、数学そのものを楽しいと思ってもらうことも大事ではないだろうか。日常生活や社会で役に立つと実感することはできなくとも、数学の事象を数学的に考えることや、試行錯誤をしながら問題を解決していくなど生徒に楽しんでもらえるような課題設定も必要である。

次に実際に生徒が学ぶ意義を実感できるような指導について考えていく。熊倉(2000)は「受験があるから仕方なく」のような消極的な理由でなく、より積極的な意義を持たせた指導を実践することで学習意欲や学力向上につながると考え生徒に「学ぶ意義を実感させる」指導について研究している。熊倉は生徒にとって数学を学ぶ意義は「日常生活で役に立つこと」と短絡するのではなく、日常生活のように直接は役に立たなくても生徒に数学を学ぶ意義を実感させる指導はできると主張し、次のように指導することが大切であると述べる。

- (1)新しい数学の知識・考え方をを用いることにより、これまでと比べて何が異なるのか、どのように世界が広がるのかを明確にすること
- (2)新しい数学の知識・考え方が身の回りで使われる場面を、数多く伝えること
- (3)新しい数学の知識・考え方をを用いることにより、ものの見方・考え方が変わる、あるいは深まる場面を設定し、提供すること
- (4)新しい数学の理論・考え方が「きれい・美しい」、「楽しい・うれしい」と感じる場面を設定し、提供すること

(1)は学びのつながりと捉えられるだろう。新しい知識や公式が身についたとしてもそれが今後どのようにつながるかが分からなければすぐに抜けてしまい生きた知識として働かない。学んだことが既存の知識とどのように結びついているか、そして今後の学びのどの部分と関係しているのかを明確にする必要がある。このことは教師が生徒に示すのではなく、生徒が自分の力で発見することでより生きた知識を身につけることができるのではないだろうか。

(2)は数学と日常生活のつながりを実感させることを述べている。数学の事象が日常と結びついていることを実感することで生徒は少しでも学ぶ意義を実感してくれるのではないだろうか。日常生活で積極的に数学を使うことで、数学を少しでも「楽しい」と感じてもらいたい。

(3)は日常に役に立つかとは関係なく数学を深めるといように捉えられるだろう。数学のすべてが日常に役に立つことを実感することは難しいのではないだろうか。筆者も大学生のころ代数学を学んでいたが数学として面白いとは感じたものの日常と結びついた、役に立ったと実感したことはほとんどない。小学校の算数から始まり中学、高校、大学と数学を学ぶにつれて問題の対象が日常とのつながりを感じる事が難しい抽象的なものになっていると感じた。そのため純粋に数学の事象の中で数学という学問を楽しむことも必要ではないだろうか。

(4)は数学の問題を自分で解けた時や、証明ができた時に「うれしい」「楽しい」といった感情を持つことが大切であると捉えられる。

上記の4つについては新しく得た知識・考え方の広がりということが4つの項目すべてに書かれている。なんとなく問題が解けた、解けなかったというものにとどまらず、新しい学びが今後どのように結びついていくのか、それらを結びつけて新たな学びへと広がっていくことが数学を学習する意義と捉えてよいだろう。学びのつながりは日常生活へのつながりという意味もあれば、新たな数学の内容へのつながりというものもある。そこに生徒が「楽しい」と感じるには、

やはり生徒の「問い」を大事にしたい。

また、生徒が数学を学ぶ意義を感じることができるよう指導するには、教師が数学を通して「日常で役に立った」「面白いと感じたから生徒にも体験させたい」という経験を積んでいかなければならない。数学のどのような場面で楽しさを実感するかは人それぞれであり教師は様々な価値観を知る必要がある。数学を学ぶ意義は1つに決まるものではなく、数学の分野によって、または人によって異なってくるものだろう。教師は様々な価値観を知るために、教材研究を行っていかねばならないだろう。また熊倉は学ぶ意義を実感させる数学の指導についての課題として次の2点をあげている。

- ①数学の各分野について、学習することによりどのような世界が広がるかについて、確かな教材観を確立すること
- ②中学・高校で学習する数学について身の回りで使われる教材、ものの見方・考え方が変わったり深まったりするような教材、「きれい・美しい」「楽しい・うれしい」と感じられるような教材を数多く開発すること

確かな教材観とは数学の学習の中で生徒にどのような能力を身につけてもらいたいかといったものではないだろうか。生徒が「楽しい」と感じながらも数学としての学びが深まらなければならないだろう。単元で授業計画を立てる際にも、生徒に身につけてもらいたい能力を考えたうえで、それを身につけるための最善の授業方法を教師は考えていくべきであるだろう。また数学の学習では様々なものの見方・考え方ができるような課題設定も必要であるだろう。問題解決の過程で生徒から様々な考えが出てきて新たな「問い」が出てきてそれをもとに授業展開がされるようなものが望ましい。その過程で生徒にさらに深い学びへとつなげてもらいたい。

学習指導要領解説と先行研究から高校数学の目標、数学を学ぶ意義について考えた。学ぶ意義については様々なものがあるが本研究では数学を学ぶ意義については、数学の学びが深まる過程で出てくる「既存の知識」と「新しい知識」の結び付けとし、研究テーマの「生徒が中心となって授業を進める」とは生徒が疑問に思ったこと、生徒が学びたいと感じているものを中心に生徒の力で問題解決していく授業とする。

### 第3章 実践計画

第1節では生徒が自ら学んでいけるような授業を作るために生徒にアンケート調査を実施し、生徒の数学に対しての思いや、これまでの楽しかった学びを知り生徒が求める学びについて考察した。図形と計量の分野を選択したのは協力校の高校1年生がこの分野を学び始めたころであったのでどこでつまづいたり悩んだりしているかを聞き出すことができると考えたためである。第2章では第1章での考察と高校数学での目標を踏まえながら授業で大事にすべきポイントを考えてみた。

#### 第1節 生徒へのアンケート調査から

実践するにあたって実際に生徒の実態を踏まえて授業を考えていく。生徒の実態を知るための手立てとして協力校の高校1年生2クラス(合計81人)にアンケート調査を行った。アンケートの質問項目は「数学の難しいと思うところ(数学I 図形と計量の分野)」「算数や数学で楽しいと思った経験」「これまでに楽しかった、身についたと実感できた授業(数学以外でも可)」「どのようにして数学を学びたいか」の4つであり自由記述とした。

質問項目の意図としては「数学の難しいと思うところ(数学I 図形と計量の分野)」について、アンケート調査を行った時期がちょうど高校1年生が図形と計量の分野に入ったところであり導入部分でどのような難しさを感じているかを聞くことができるのではないかと考えた。これまで筆者は導入部分では応用問題を解くための基礎の部分であり繰り返し演習などをして身につけることが大事であると考えていた。実際にそのようにして身につけた経験もありそれが楽しいと感じていたからである。もちろん基本的な知識を身につけることは必須であるが生徒の疑問や悩みを無視して進めてしまえば生徒の数学を学ぶ意欲は下がってしまうだろう。生徒の疑問を授業で取り扱えるようこの項目を考えた。

「算数や数学で楽しいと思った経験」について数学を苦手とする高校生は多く、教師が数学の楽しさを伝えようとしても伝わらないことが多いように感じる。生徒は小学校の算数から学んできてすべてが嫌だったと感じることは少ないだろう。苦手な中でも少しだけでも楽しいと感じた授業があったと思う。それを聞くことで生徒がどのようにして学び、どのような経験をしてきたのかを知ることができると考えた。また、生徒の実態を知る上でも生徒がどのようにして学んできたのかを知ることが大事であると考えた。

「これまでに楽しかった、身についたと実感できた授業(数学以外でも可)」生徒にはそれぞれ得意な科目、苦手な科目、好きな科目、嫌いな科目があるだろう。生徒が実際に楽しいと感じた授業を知ることが大事であると考えた。もちろん生徒が楽しいと感じた授業をそのまま実践するわけではないが少しでも生徒が楽しめるような授業にしたいと思い、これまで生徒が受けてきた授業を聞いてみた。

「どのようにして数学を学びたいか」について、生徒が今感じている数学の難しさや授業へ対

しての思いも感じながら実際にどのような学びを求めているのかを知るためにこの項目を考えた。生徒の求めている学びと教師の求めている学びが一致していなければよい授業はできないため、生徒の求める学びを知ることは必要だと考えた。

次にアンケートの結果と考察を述べていく。「数学の難しいと思うところ(数学 I 図形と計量の分野)」については、「定理が多くてわからない、覚えられない」「定理をどこでどのように使えばいいかわからない」「なぜ定理が成り立つのかわからない」「定理や公式がなぜ成り立つかわからないまま授業が先に進められてしまう」といったものがあげられた。定理が多いことや覚えられないことが多かった。図形と計量の分野では  $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$  といった三角比という新しいものが出てくる。そこから三角比の相互関係や三角比の拡張へとつながっていく。数研出版の数学 I の教科書では三角比を直角三角形で定義している。三角比を学習することでこれまでは直角三角形の 2 つの辺の長さから残りの 1 つの辺の長さを求めるという三平方の定理だけでなく、辺と角度が 1 つ分かればほかの辺の長さや角度も求められる。生徒からすれば新しい言葉が出てきて困惑すると思うが三角比を知ることで辺の長さや角度の関係について知ることができるだろう。三角比を学ぶ意義や楽しさを伝えていきたいと思う。

「算数や数学で楽しいと思った経験」については「難しい問題を解けた」「覚えた公式が活用できたとき」「解き方を覚えて活用できたとき」といったものがあげられた。問題を解けたときや、学びが生かされたときに楽しかったと答える生徒が多かった。生徒には苦手でも数学をできるようになりたいという欲求はあるだろう。生徒に自分の力で解けたという成功体験を積ませることが必要であると考えた。数学は公式や定理を覚えるだけでなく、どの定理が使えるのか、どのような考え方をすればよいかなど自分で見通しをもって問題を解いていくことに楽しさがあると筆者は考える。問題を解くだけでなく、解決過程を通して考えることの楽しさを生徒に学んでほしい。また教師の指導によってではなく解決過程を生徒が自分の力で導き出していくことが大事である。そのための授業内での教師の声掛けや課題設定が必要であると感じた。

これまでに「楽しかった」「身についた」と実感できた授業については、「友人と教えあったりするなどして協力する授業」「少人数での授業」「コインやさいころを実際に使って行う体験型の授業」「友達に説明することでより身についた」といったものがあげられた。他者と協力していくような授業をあげる生徒が多かった。問題の解決において見通しが立たないときや考えが思いつかないときには教師やクラスメイトなどの他者の力を借りて解決していかなければならない。数学を苦手とする生徒は 1 人で学習を進めることは難しく教師が手立てをうたなければ生徒の意欲は上がらないであろう。そのためグループワークやペア学習を行う場面を設定することも大事である。ただグループワークをするだけでなく、生徒が 1 人だけでは考えもしなかったことができたり理解していたことがさらに深まったりするような場面が生まれるように必要に応じて適切な場面で行うことが必要である。

「どのようにして数学を学びたいか」については「たくさん問題を解く」「友人と協力しながら学びたい」「授業で学んだことを他者に説明して学びを深めたい」「応用問題を解けるようになりたい」「先生や友達に質問しながら」「楽しく学びたい」といったものがあげられた。教師が話

すだけの授業ではなく活動する時間を作ることを望んでいた。授業は生徒のために行われるものであり、教師は生徒のためになるような授業を考えなければならない。第1節でも述べた通り授業で最も大切なのは生徒の学習である。生徒の望む形で授業を進めていくことができれば生徒も学習を自分事として捉え、高い意欲をもって学ぶことができるのではないかと考えた。しかし、生徒の望む授業は必ずしもいい授業とは限らないので教師が生徒の実態を見て適切な授業を行っていかなければならない。

## 第2節 授業を考えるうえでのポイント

第2章で述べた数学の学習の目標と第3章第1節の生徒へのアンケート調査から実際に数学I 図形と計量の授業を考えていく。高等学校学習指導要領理数編(2018)では図形と計量の分野での目標は以下の通りに示されている。

### ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

- (ア) 鋭角の三角比の意味と相互関係について理解すること。
- (イ) 三角比を鈍角まで拡張する意義を理解し、鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求める方法を理解すること。
- (ウ) 正弦定理や余弦定理について三角形の決定条件や三平方の定理と関連付けて理解し、三角形の辺の長さや角の大きさなどを求めること。

### イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

- (ア) 図形の構成要素間の関係を三角比を用いて表現するとともに、定理や公式として導くこと。
- (イ) 図形の構成要素間の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。

知識・技能においてはなぜそのようなことを身につけなければならないかを生徒に伝える必要がある。今までは三平方の定理で「直角三角形の2辺の長さが分かれば残りの辺の長さが分かる」というものであったが、三角比を使うことで辺の長さが分かるだけでなく角度までわかることにつながる。またある1つの角度とある1つの辺の長さが分かれば他の辺の長さや角度の大きさまでわかるということにもつながる。生徒へのアンケート項目の数学の難しいところと言われていた公式や定理が覚えられないといったところも、定理や公式を使うことによって今まで知らなかったことを知ることができるようになることで定義や定理、公式を使う意義を感じてもらいその悩みを少しは解消できるのではないかと考えた。また生徒はアンケート調査で難しい問題を解けたときや、公式や定理を活用できたときに数学を楽しいと思った経験を持っており、学んだことを活用することができるような課題設定をすることも必要である。本研究では定理や公式が理解できるようになる、それらを使って問題を解くことができるようになることを生徒が自分の力で解決していくという学習過程を大事にしたい。また学んでいく中でより学びが深まってもっと知りたいという意欲を引き出したい。ただこのことは1回の授業で実現できるものではない。数学に対して苦手意識を持つ生徒は時間がかかることも多く試行錯誤をするであろう。岩崎(2011)は数学的活動の重要性について以下のように主張している。

「生徒が1つの単元内容に取り組むにあたり、個別の具体的な題材を用いた数学的活動のなかで考えることを通して一般化・抽象化をし、数学的關係や構造を明らかにしていくことが、数学的理解を深めていく過程として最も自然だと考える。」

また困難さについても以下のように主張している。

「その個別で具体的な数学的対象から一般的・抽象的数学的内容の理解への道筋は決して直線的ではない。行きつ戻りつしながら、既習の数学的知識や数学的方法を振り返ることを通して、より深い数学的理解を得ていくことが大切である。」

教師は数学を一通り勉強しており定理の成り立ち、問題の解決方法などは整理されたものが刷り込まれている。ただし生徒からしてみれば初めて学ぶものであり、数学の知識がバラバラになっていることが多い。それらを整理するために目的を持った数学的活動を行うことが大事である。

第1節でのアンケート調査と数学で育成すべき能力を踏まえて授業では次の2点を意識して行っていきたい。

1点目は生徒の悩みが解決できるような授業を行うことである。アンケート調査から定理が多くてわからない、覚えられないという意見が多くあったため三角比の相互関係の証明を考えてみた。三角比の相互関係は定義されたものではなく三角比の定義と三平方の定理を用いて導かれたものである。このことを理解していなければ三角比の相互関係も覚えられないものだと生徒に捉えられてしまうだろう。ただ漠然と暗記するよりも三角比の相互関係の成り立ちを生徒に導いてもらうことでより定着し定理や公式を覚えられないという悩みに対して少しでも寄り添えるのではないかと考えた。また既存の知識(三平方の定理)と新しい知識(三角比)の結びつきを実感することで新しい知識が生きたものとなると考えられる。

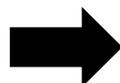
2点目は生徒が身についたと実感できるような授業を行うことである。実際に定理や公式を導いた後に実際にそれらを生徒に活用させ身についたと実感させることを目標とする。授業での課題設定や学び方が大事になってくる。生徒には公式や定理を覚えるだけでなくそれらをどのように使うかの思考力を身につけてほしい。このことは簡単なことでなく生徒によって個人差がある。数学の能力を上げるには思考力を身につけることは必須である。個人での活動や対話をどのタイミングで取り入れるかが大事になってくるであろう。実際に生徒同士で教えあったりしながら、楽しかった、身についたと実感できるような授業を作っていきたい。

### 第3節 単元計画

本節ではまず図形と計量の教材研究を行い授業展開を考えていく。三角比の導入では三角比の定義を扱う。図形と計量の導入部分で扱われる三角比の定義は直角三角形で表されているものが多くなっている。その後三角比の拡張まで進むと三角比の定義は座標を用いて表されている。鋭角と鈍角で三角比の定義の仕方が異なっており、鋭角から鈍角へ拡張する意義を教師が生徒に伝えなければならないだろう。鋭角の三角比を直角三角形で定義した後、生徒から「鈍角のときはどのようになるだろう」という考えが自然と出てくるように授業展開していく必要があるだろう。そのため本研究では三角比の拡張に注目して単元計画を考えてみた。三角比の拡張の方法の「鋭角の三角比を座標で定義する方法」について、佐藤(2021)は拡張を体験できないことを指摘している。拡張する意義を伝えるために、鋭角の三角比での考え方が、鈍角の三角比を考える場合にどのように生かされるかを生徒自身で考え拡張する意義を理解してほしい。また教科書では鋭角の時の三角比、三角比の相互関係、三角比の拡張という順になっている。鋭角の三角比は直角三角形で定義しており、三角比の相互関係は直角三角形における三平方の定理から導かれるため自然といえるだろう。しかし、三角比の相互関係を学習した後に生徒から自然と「鈍角の時はどうなるのか」という問いがでてくるだろうか。熊倉(2000)は三角比を学習していくと「ある辺の長さや角の大きさが分かっているときに、残りの辺の長さや角の大きさがわかる」という性質を強調しながら、三角比の導入では鋭角の場合しか学習していないことを考慮して、鋭角三角形を対象として正弦定理、余弦定理を扱い、その後、鈍角の三角比を学習するような授業を行っている。残りの辺や角の大きさを求めるときに、直角三角形は中学校で学ぶ三平方の定理を用いるため生徒は比較的考えやすいだろう。鋭角三角形の場合は三角比の導入で学ぶ三角比の定義で考えるため、導入で学習したことと結びつきやすいだろう。その後、鋭角三角形で考えた三角比を用いて、残りの辺の長さや角の大きさを求めるような余弦定理、正弦定理の学習につなげると三角比を学ぶことで学びが深まったと実感できるのではないかと考えられる。その後、鋭角三角形だけで学習したが、「鈍角三角形の場合はどのようになるのか」という問いが自然に生徒の中に出てくるのではないかと考えられる。これらのことから本研究では次のように授業展開していく。

教科書の流れ

数学 I 数研出版 図形と計量 ①三角比 ②三角比の相互関係 ③三角比の拡張 ④正弦定理 ⑤余弦定理 ⑥正弦定理と余弦定理の応用 ⑦三角形の面積 ⑧空間図形への応用
--



本研究の単元計画

単元計画 ( )の中は時間数 ①三角比の定義(1) ②三角比の表、三角比の応用(1) ③三角比の相互関係(1) ④鋭角三角形の正弦定理、余弦定理(2) ⑤三角比の拡張(2) ⑥鈍角三角形の正弦定理、余弦定理(2) ⑦正弦定理、余弦定理の応用(1) ⑧三角形の面積(2) ⑨空間図形への応用(2)
--

①から④では鋭角三角形を取り扱う。①での目標は三角比の定義を理解してもらうことである。中学校で学習した相似な図形においては対応する線分の長さの比は等しいことから、直角三角形において三角形の大きさに関係なく角度の大きさにより三角形の辺の比は決まる。そのことから三角比の定義を理解してもらい、②では三角比を用いておよそその辺の長さや角度の大きさを出しながら三角比の定義を利用していくことで学びが発展していくことを実感することを目標とする。③では三角比について学習したうえで三平方の定理を用いることで、三角比の相互関係を証明してもらい、三角比を使ってさらに学びを発展させる狙いがある。アンケート調査にもあったように生徒は公式や定理が理解できていないまま授業が進められてしまうという悩みがあり、実際に意味も分からず丸暗記という選択をしてしまうという現状もあるだろう。そのため導入では三角比の定義を理解したうえで、三角比を知ることで学びを発展させながら定理を証明し「定理が覚えられない」という悩みを解決しながら三角比を使う意義を実感してもらうことを目標とする。④では三角比の利用を直角三角形から鋭角三角形へと発展させる。直角三角形ではある辺の長さや角度が分かれば残りの辺の長さや角度も分かるというのは学習してきたが鋭角三角形ではどうなるかと問いかけてみる。この時に使うのが正弦定理と余弦定理である。正弦定理の成り立ちは円周角の定理と導入で学習した三角比の定義を組み合わせれば証明できる。余弦定理も三角比の定義と三平方の定理を組み合わせれば証明ができる。また、証明を行うときも考えるのは導入で学習した三角比の定義である。鋭角三角形でもある辺の長さや角度が分かれば残りの辺の長さや角度も分かるということまで発展できるだろう。また、定理が出てきてそれを用いて問題を解いていく。アンケート調査でも公式が活用できたときに楽しさを感じている生徒は多くいたため導入で学習した三角比を使って鋭角三角形まで発展することができ、さらに活用していくことで生徒が身についたと実感できるだろう。

鋭角三角形まで学習して辺の長さや角の大きさを求めることができれば生徒から「鈍角三角形の場合はどうだろうか」という問いが出てくるのは自然ではないだろうか。図3では実際に

鈍角三角形の証明が教科書にかかれてあるが、鋭角三角形を学習したあとに鈍角三角形は学習していく。鈍角三角形を学ぶにあたってまず学習するべきは三角比の拡張であるだろう。これまでは直角三角形の三角比を学んだあとに三角比の拡張が来ていたが、直角三角形と鋭角三角形を学んだあとに学習する方が自然な流れであり、生徒も三角比の拡張を学ぶ意義を感じられるのではないだろうか。三角比の拡張では座標を用いる。座標を用いながら鋭角の場合との違いを考えていく。

まず座標を用いて鋭角の場合の三角比について考える。座標平面上の半径  $r$  の円において  $(r, 0)$  の点を  $A$  とし、 $\angle AOP = \theta$  としたときの点  $P$  の座標を考える。点  $P$  から図 3 のように垂線  $PH$  をおろすと、三角比の定義から点  $P$  の座標は  $(r\cos\theta, r\sin\theta)$  と表せられる。すなわち三角比の定義は  $OP$  と  $OA$  のなす角  $\theta$  を変えていくときの点  $P$  の座標で表せる。すなわち  $OP$  と  $OA$  のなす角が鈍角になった場合でも同じように点  $P$  の座標は  $(r\cos\theta, r\sin\theta)$  と表せる。(図 4)

図 3 座標平面上における鋭角の場合の三角比の定義 (GeoGebra で作成)

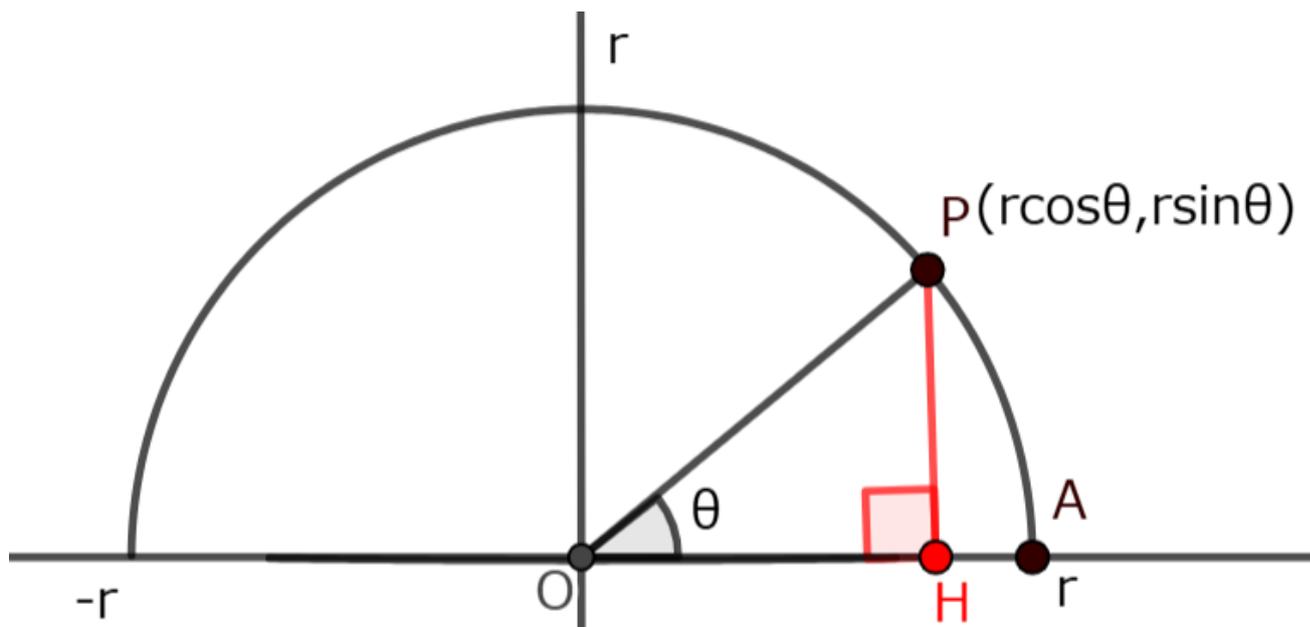
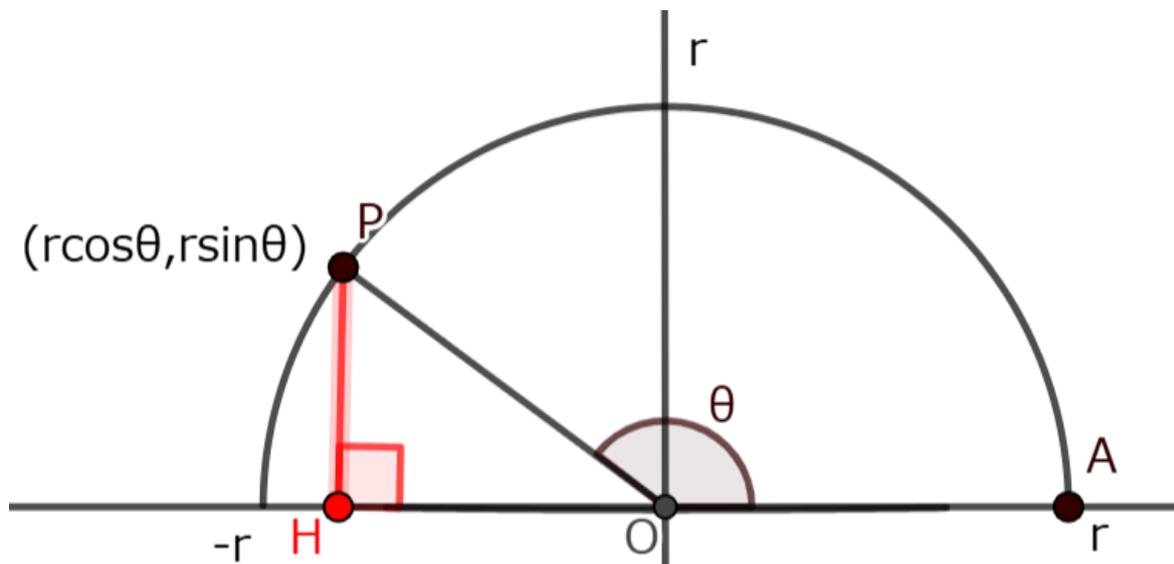


図4 座標平面上における鈍角の場合の三角比の定義 (GeoGebra で作成)



すなわち三角比は座標平面上における原点を中心とする半径  $r$  上の点  $(x, y)$  において次のように定義できる

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

鋭角の場合の三角比の性質に注目しながら、鈍角の三角比へとつなげることが、鋭角の場合の三角比を学び鈍角へ拡張することの意義を感じることができるのではないだろうか。また、鈍角の三角比を座標で考える場合に  $180^\circ - \theta$  の時の三角比も一緒に考えてもらいたい。これを公式として暗記する生徒は少なくないであろう。

図5  $180^\circ - \theta$  の場合の三角比 (GeoGebra で作成)

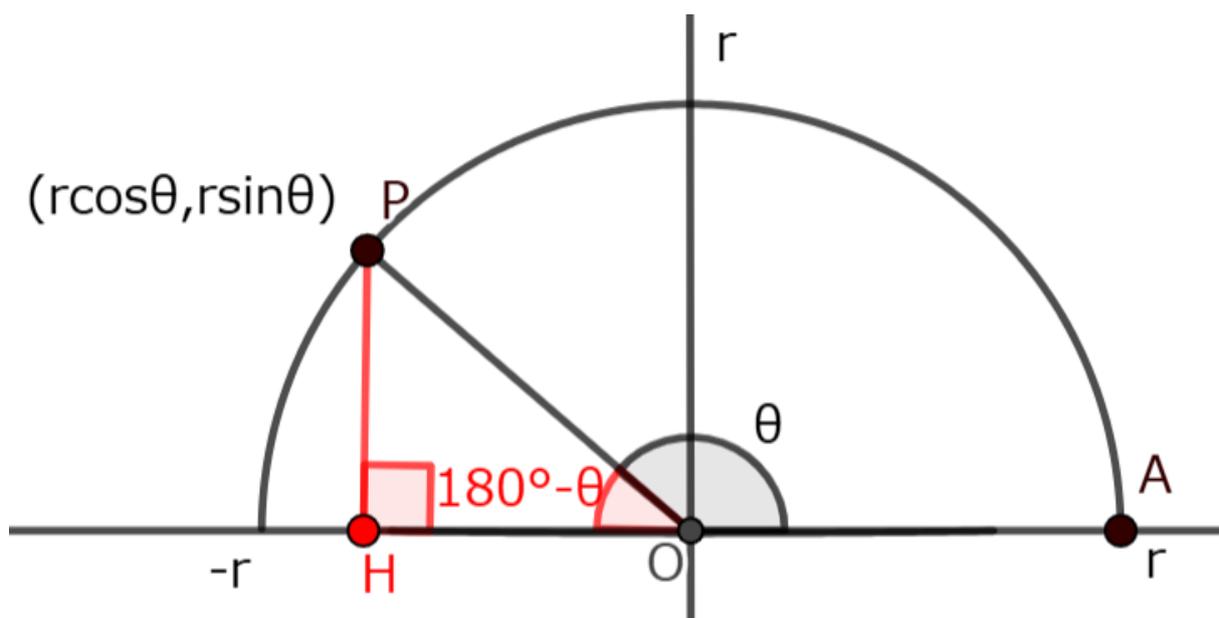


図5から直角三角形OPHにおいて $OH=r\cos(180^\circ-\theta)$ 、 $PH=r\sin(180^\circ-\theta)$ と表すことができる。点Hの $x$ 座標は負であるため点Pは $(-r\cos(180^\circ-\theta), r\sin(180^\circ-\theta))$ と表すことができる。図5の点Pの座標において $r\sin(180^\circ-\theta)=r\sin\theta$ 、 $-r\cos(180^\circ-\theta)=r\cos\theta$ が成り立つことで次のようになる。

$$\sin(180^\circ-\theta) = \sin\theta \quad \cos(180^\circ-\theta) = \cos\theta$$

このように座標を使って鈍角の三角比を定義したり、定理を導いていくことで座標を使う意義を感じてもらいたい。また鈍角の三角比については、鈍角の三角比について知りたいという思いを生徒自身が持つように鋭角三角形の余弦定理、正弦定理までをまでを行った後に、三角比の拡張を学習することとした。単元計画と目指す生徒の姿については次ページの表1に示した。今回は目指す生徒の姿を実現できるよう具体的な課題設定をしていくことを今後は目指していきたい。

表1 図形と計量の単元計画と目指す生徒の姿

	目指す生徒の姿
①三角比の定義	三角比の定義について、直角三角形における辺の比が三角比の定義となることを理解し、 $30^\circ$ $45^\circ$ $60^\circ$ のときの三角比をそれぞれ求められるようになる。
②三角比の表、応用	三角比の表を見ながらおおよその角度や辺の長さを求められるようになること。またそれらを用いながら日常の事象や生活と関連付けた問題を解決すること。
③三角比の相互関係	三角比の相互関係の成り立ちを理解すること。三角比を直角三角形で定義したことをもとに三平方の定理を用いて証明できるようになること。
④鋭角三角形の正弦定理・余弦定理	直角三角形で考えていたものを鋭角三角形まで広げながら辺と角度の関係を考えることができるようになる。その際に余弦定理、正弦定理の成り立ちも証明できるようになる。また鋭角三角形で考えてきたことが鈍角三角形にも生かせないかという疑問を持つ。
⑤三角比の拡張	鈍角の場合の三角比の定義の仕方を理解する。また座標で定義した後に、 $180^\circ - \theta$ の三角比についても理解し説明できるようになる。
⑥鈍角三角形の正弦定理、余弦定理	鈍角三角形の場合でも正弦定理、余弦定理が成り立つことを理解しながら、問題解決ができるようになる。
⑦正弦定理、余弦定理の応用	正弦定理、余弦定理を用いて残りの辺の長さや角度の大きさを求めることができるようになる。
⑧三角形の面積	三角形の面積の求め方について理解し、三角形の面積を求めることができるようになる。
⑨空間図形への応用	空間図形の中から三角形を見つけ出し、これまでに学習した定理や定義を用いて、辺の長さ、角度、面積、体積を求めることができるようになる。

## 第4章 まとめと今後の課題

今回は生徒が中心となって進めるような授業を実践するための単元計画を考えた。現代社会では学び続けることが求められている一方で高等学校数学においては学習意欲が高くないという現状があった。そこで今回は生徒にアンケートを取り実際に生徒が数学に対して授業に対してどのような思いを持っているかを考察しながら授業を考えてみた。本研究では生徒が中心となって授業を進めるために生徒の疑問をもとに考えた。生徒の意見から「理解できないまま授業が先に進んでいく」というものがあったが、このことは学習意欲が下がってしまう1つの要因であるだろう。数学には定理や公式がありそれらを用いて問題を解決していく。ただ、公式や定理がなぜ成り立つのかを知らなければただ文字式や数式が並べられただけのものであり、それらを覚えるのは苦痛に感じるだろう。筆者は中学生や高校生ごろには数学の定理や公式がなぜ成り立つかをあまり考えずに使っていたので、今回の生徒のアンケートから筆者が感じたことない数学への見方を知ることができた。生徒は数学が苦手、楽しくないと思っはいるものの問題を解けたり学びのつながりを感じることができれば楽しいと答えていた。三角比は後に高校2年生で学ぶ三角関数や、微分積分とのつながりもある。最初の躓きがその後の学習の意欲に影響を及ぼす可能性があるため高校1年生で教師が手助けをする必要がある。そこで今回は数学Iの図形と計量の分野の単元計画で生徒から自然と「問い」が出てくるような単元計画を考えた。生徒が自然な流れで鈍角の三角比を学ぶために、直角三角形と鋭角三角形で余弦定理と正弦定理まで学習した後に三角比の拡張を行うこととした。このことにより、生徒が三角比の拡張を学ぶ意義を感じるのではないだろうか。今後現場に出て実践しながら生徒の様子を見てより良い授業を考えていきたい。最後に今後の課題を述べる。数学を学ぶ楽しさについて筆者が考えた「既存の知識」と「新しい知識」について生徒に伝えることを考えた。ただ、「既存の知識」と「新しい知識」のつながりの面白さというものは数学に限られたものではないだろう。そのため今後の課題として他教科では学ぶことのできない数学でしか学ぶことのできないものについても今後考えていきたい。教師が数学の楽しさや、数学を学ぶ意義について多く知ることは授業を考えるうえで様々なバリエーションができる。また、今回考えた授業は協力校の生徒の実態をもとに考えたものであり、今後授業実践をするうえではもう1度生徒の実態を見ながら授業を考えていく。今回の研究では三角比の拡張までの実践計画を考えたが、三角比の拡張からさらに学びが広がるよう、授業展開をその後どのようにしていくかを考えることも今後の課題となる。また目指す生徒の姿を考えてみたが生徒の実態に合わせてどのレベルまで求めるかを明確にしなければならぬと感じた。全員が理解して問題を解くというところまでたどり着けない可能性もあるため、評価方法については今後考えなければならぬだろう。ルーブリックなどを用いて適切な評価をするために、教材研究、課題設定をしていくことが今後の課題である。また適切な評価ができるようになり、また生徒が「楽しかった」「身についた」と実感できるよう、生徒が興味を持つような課題設定、授業実践、評価方法を考えていくことが今後の課題となる。

## 参考・引用文献

- ・文部科学省(2018). 高等学校学習指導要領(平成 30 年告示)解説 理数編.文部科学省.
- ・高田彰(1996). 授業実践を考える－数学の授業を中心に他教科へ視野をひろげて－. 数学教育学会研究紀要,Vol.37,No3・4,pp11-22.
- ・岩崎秀樹(2010). 新しい学びを拓く数学科授業の理論と実践 ー中学・高等学校編ー.ミネルヴァ書房.
- ・石井英真(2019). 今求められる学力と学びとは ーコンピテンシー・ベースカリキュラムの光と影ー. 日本標準ブックレット No14.
- ・経済産業省中小企業庁(2018).「我が国産業における人材力強化に向けた研究会」(人材力研究会報告書.  
<https://www.chusho.meti.go.jp/koukai/kenkyukai/jinzaikyoka/2018/180312jinzaikyoka02A.pdf>  
(2024.1.8 最終確認)
- ・山崎浩二(2012).『算数・数学を学習することの意義を考える－教師の、数学の学習に向き合う姿が、算数・数学の学習の楽しさ・大切さを伝える－』.日本数学教育学会誌, 第 94 巻, 第 11 号, pp38-41.
- ・熊倉啓之(2000). 学ぶ意義を実感させる数学の指導に関する研究ー三角比の指導を通してー. 日本数学教育学会誌,第 82 巻,第 11 号,pp2-10.
- ・尾関恭平(2014). 数学の楽しさを感じさせる授業づくり.日本科学教育学会研究報告,Vol29,No2,pp69-72.
- ・戸瀬信之ほか 15 名(2021).高等学校 数学 I .数研出版株式会社
- ・佐藤亮太(2021).拡張に焦点を当てた三角比の単元計画.学芸大数学教育研究,第 33 号,pp13-23